
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2003/2004

April 2004

ZCT 210/4 – Analisis Kompleks dan Persamaan Pembezaan

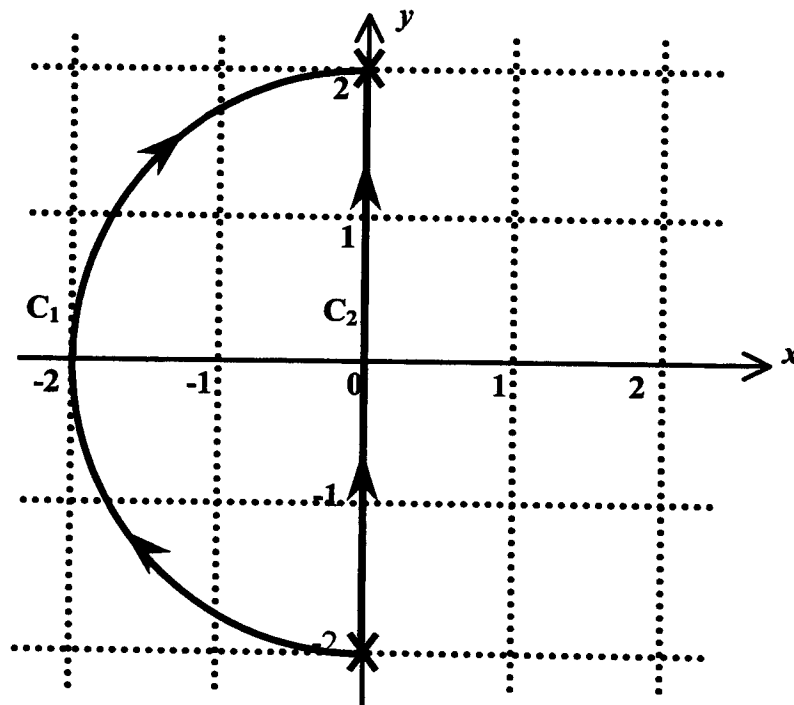
Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LIMA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua **ENAM** soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. Diberi nombor kompleks $P = 1.5 - 2.0i$.
 - (a) Lakarkan P di dalam satah kompleks. (10/100)
 - (b) Tukarkan P ke dalam bentuk kutub, $P = r e^{i\theta}$. (15/100)
 - (c) (i) Terbitkan semua punca yang berbeza bagi $P^{1/2}$. (25/100)
 - (ii) Lakarkan punca-punca ini di dalam satah kompleks. (10/100)
 - (e) (i) Nilaikan P^{1-i} . (25/100)
 - (ii) Berikan tiga nilai yang pertama bagi P^{1-i} di dalam bentuk $x + iy$. (15/100)

2. Diberi $f(z) = 5z^3 + (3 + 2i)$
 - (a) Nilaikan $\int_{-2i}^{2i} f(z)dz$ dengan kamiran biasa. (20/100)
 - (b) Nilaikan $\int_{-2i}^{2i} f(z)dz$ sepanjang lintasan C_1 (sila rujuk Rajah 1). (40/100)
 - (c) Nilaikan $\int_{-2i}^{2i} f(z)dz$ sepanjang lintasan C_2 (sila rujuk Rajah 1). (40/100)

Rajah 1

[Nota: Lintasan C_1 ialah satu semi-bulatan dari $(0, -2)$ ke $(0, 2)$ yang berjari 2 dan berpusat pada $z = 0$]

[Nota: Lintasan C_2 ialah ialah satu garis lurus dari $(0, -2)$ ke $(0, 2)$]

3. Diberi $g(z) = \frac{1}{8z^3 - 27}$

- (a) Cari kutub-kutub yang terhingga bagi $g(z)$. (15/100)
- (b) Lakarkan kutub-kutub ini di dalam satah kompleks. (15/100)
- (c) Cari reja-reja bagi $g(z)$ pada kutub-kutub ini. (25/100)
- (d) Nilaikan kamiran, $I = \int_{-\infty}^{\infty} g(z) dz$ dengan teorem reja. (45/100)

4. (a) Selesaikan persamaan pembezaan Cauchy-Euler (peringkat kedua) yang berikut:

$$x^2 y'' - 3xy' + 4y = 0$$

(50/100)

- (b) Selesaikan persamaan pembezaan Bernoulli (peringkat pertama) yang berikut:

$$y' + \frac{1}{x} y^2 - \frac{2}{x} y = 0$$

(50/100)

5. Pertimbangkan persamaan pembezaan yang tidak homogen ini:

$$y'' + 4y = 3 \csc(2x) \quad (1)$$

- (a) Cari penyelesaian am bagi persamaan homogen (complementary solution) $y_c(x)$, yang terturun dari persamaan pembezaan (1).

(30/100)

- (b) Cari penyelesaian $y_p(x)$ (particular solution), bagi persamaan pembezaan (1) dengan kaedah perubahan parameter (the method of variation of parameters)

(65/100)

- (c) Dari keputusan dalam (a) dan (b), nyatakan penyelesaian am bagi persamaan pembezaan (1).

(5/100)

6. (a) Pertimbangkan persamaan pembezaan yang berikut:

$$y'' - xy' - y = 0 \quad (2)$$

Selesaikan persamaan pembezaan (2) dengan menggunakan kaedah Siri Kuasa (Power Series method) pada titik $x_0 = 0$.

(75/100)

- (b) Pertimbangkan persamaan pembezaan yang berikut:

$$(1 - x^2)^2 y'' + x(1 - x)y' + (1 + x)y = 0 \quad (3)$$

Tentukan titik-titik singular (singular points) dan titik-titik biasa (ordinary points) bagi persamaan (3). Tentukan juga sama ada titik-titik singular tersebut adalah titik singular biasa (regular singular point) atau bukan titik singular biasa (irregular singular points).

(25/100)